

# VU Research Portal

## Gruppenzusammensetzung und Interaktion bei kooperativem lernen in Mathematik

van den Eeden, P.; Terwel, J.; Mooij, T.

### ***published in***

Neue Perspektiven der Kooperation. Grundlagen der Schulpädagogik  
1993

[Link to publication in VU Research Portal](#)

### ***citation for published version (APA)***

van den Eeden, P., Terwel, J., & Mooij, T. (1993). Gruppenzusammensetzung und Interaktion bei kooperativem lernen in Mathematik. In G. Huber (Ed.), *Neue Perspektiven der Kooperation. Grundlagen der Schulpädagogik* (pp. 216-232). (Band 6; No. 6). Hohengehren: Schneider Verlag.

### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

### **Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

### **E-mail address:**

[vuresearchportal.ub@vu.nl](mailto:vuresearchportal.ub@vu.nl)



**Grundlagen der Schulpädagogik**

**Band 6**

**Günter L. Huber (Hrsg.)**

# **Neue Perspektiven der Kooperation**



**Ausgewählte Beiträge**



p. 1, 5, 6, 12, 14 etc

1  
Fabel 6: Modellieren?  
2 + 1/4

## Gruppenzusammensetzung und Interaktion bei kooperativem Lernen in Mathematik

Pieter van den Eeden, Jan Terwel und Ton Mooij  
Universität Amsterdam  $\lambda$

/ / Nijmegen

### Einführung

79

Individuelle Lernprozesse von Schülern in Mathematik schließen kognitive und affektive Variablen und Effekte ein, und werden von verschiedenen Umweltbedingungen auf dem Niveau der Klasse, der Kleingruppe und des Individuums beeinflusst (Mooij, 1992). Es zeigt sich allgemein, daß individuelle Variablen wie mathematische Fähigkeiten, Geschlecht und ursprüngliche Einstellungen gegenüber Mathematik die Leistung und spätere Mathematikeinstellung beeinflussen. Mathematische Fähigkeit hat sich allgemein als guter Prädiktor für Mathematikleistungen erwiesen. Kontrolliert man Fähigkeitsunterschiede, so zeigt sich, daß Jungen üblicherweise bessere Ergebnisse erzielen und positivere Einstellungen gegenüber Mathematik aufweisen als Mädchen (Geschlechtseinfluß). Individuell unterschiedliche Umweltvariablen führen zu individuell unterschiedlichen Lernprozessen. Daher müssen wir Variablen auf dem individuellen Niveau mit berücksichtigen (z.B. Anleitung durch den Lehrer). Auch Variablen auf dem Niveau der Kleingruppe können individuelle Lernprozesse beeinflussen. Kleingruppen können unterschiedlich zusammengesetzt sein, vor allem im Hinblick auf Fähigkeiten, Anzahl der Jungen und Mädchen und Einstellungen. Wir dürfen annehmen, daß diese Variablen den Lernprozeß und folglich die Leistungen der Schüler in Kleingruppen beeinflussen. Aus vorliegenden Untersuchungen sind Hinweise bekannt, daß Merkmale der Kleingruppen in einer Klasse über vermittelnde Prozesse wie Kooperation und Instruktion indirekt mit der Leistung verknüpft sind. Die Quantität und Qualität der Kooperation (Interaktion) und Instruktion in Kleingruppen scheinen bedeutsame Variablen zur Erklärung unterschiedlicher Schülerleistungen darzustellen (Hallinan, 1967;

lg-



Webb & Kenderski, 1984; Andersen & Pigford, 1988, Webb, 1991). Ferner ist zu berücksichtigen, daß Schüler normalerweise in Klassen gruppiert werden. Was für die Kleingruppen beschrieben wurde, gilt auch auf dem Niveau der Klasse. Schulklassen können sich in Zusammensetzung und in der Instruktion unterscheiden, die sie erhalten. Diese Variablen beeinflussen die Lernprozesse und die Mathematikleistungen der einzelnen Lerner in der Klasse.

Im Lernprozeß können alle drei Arten von Variablen bedeutsam sein. Individuelle Variablen stellen die Bedingungen des Lernens dar, die man entweder als interessante persönliche Ressourcen oder als Kovariablen ansehen kann, die man kontrollieren muß, um die Wirkungen von Merkmalen der Gruppenzusammensetzung oder der Instruktion auf dem Niveau der Kleingruppe oder der Klasse zu bestimmen. Im Hinblick auf diese Merkmale ist jedoch die Bedeutung der unterschiedlichen Arten von Variablen nicht klar. Allgemein nimmt man in der Forschung über kooperatives Lernen an, daß Variablen auf dem Niveau der Kleingruppen wichtig sind, während man Klassenvariablen vernachlässigen kann. Andererseits interessiert man sich in der Forschung zur Erziehungswirksamkeit meist für Merkmale auf dem Niveau der Klasse oder Schule, während (potentielle) Kleingruppenvariablen und -prozesse vernachlässigt werden.

Die Forschung zu kooperativem Lernen folgt zwei theoretischen und empirischen Traditionen. Als erstes sind Untersuchungen auf dem Niveau der Klasse zu nennen. Sie beschäftigen sich mit der Implementation und den Effekten bestimmter Charakteristika von Schulklassen. Zu diesen Merkmalen zählen Klassenzusammensetzung und Instruktionsstrategien (Dar & Resh, 1986; Slavin, 1989; Terwel & Van den Eeden, 1990; Mooij, 1987). Für unsere Untersuchung ist das Konzept der sozialen Lernumwelt der Klasse (SLE; s. Dar & Resh, 1986) bedeutsam. Effekte der Klassenzusammensetzung können mit Unterschieden der SLE-Qualität (positive vs. negative SLE) erklärt werden. Die Klassenzusammensetzung wird als Verhältnis von Schülern mit hohen persönlichen Ressourcen zu Schülern mit geringen persönlichen Ressourcen beschrieben.

Eine zweite Forschungstradition beschäftigt sich mit dem Niveau der Kleingruppe, z.B. mit Wirkungen bestimmter Instruktionen und Gruppenzusammensetzungen. Solche Untersuchungen wurden von Webb (1982), Webb & Kenderski (1984), Hallinan (1987) und Leechor (1988) durchgeführt. Um die Befunde dieser Studien zu erklären, müssen verschiedene Faktoren berücksichtigt werden. Schüler werden in Kleingruppen durch ihre Mitschüler mit unterschiedlichen Lösungen und Gesichtspunkten konfrontiert. Dies kann zu sozio-kognitiven Konflikten führen, die mit Gefühlen der



Ungewißheit einhergehen. Daraus kann die Bereitschaft der Schüler folgen, ihre eigenen Lösungen unter anderem Blickwinkel zu überdenken. Diese Prozesse können höhere kognitive Fertigkeiten anregen. Kleingruppen bieten ihren Mitgliedern die Möglichkeit, vom Wissen der Gruppe als einem Kollektiv zu profitieren. Unter diesen Umständen nutzen die Schüler einander als Ressourcen und können auf Kenntnisse, Fertigkeiten oder Erfahrungen zurückgreifen, über die nicht jedes Gruppenmitglied selbst verfügt. Leechor (1988) spricht hier vom "Teilen der Ressourcen". Die Zusammenarbeit in Kleingruppen stimuliert die Verbalisierung des eigenen Denkens. Solche Verbalisationen fördern das Verstehen aufgrund kognitiver Neuorganisation nach dem Grundsatz, daß "der am meisten lernt, der lehrt". Erklärungen geben und erhalten unterstützt den Lernprozeß. Die Gruppenmitglieder profitieren nicht nur von Kenntnissen und Einsichten, die durch "Peer-Tutoring", also wechselseitiges Lehren übermittelt werden, sondern sie können auch wirksame Problemlösungsstrategien internalisieren, indem sie an kollektiven Lösungsverfahren teilnehmen.

Untersuchungen, in denen beide Traditionen (Forschung auf dem Niveau des Klassenzimmers und der Kleingruppen) kombiniert werden, liegen praktisch nicht vor. Bisher wurden die Lerneffekte entweder Variablen auf dem Niveau der Klasse oder der Kleingruppe zugeschrieben. Effekte zeigten sich in beiden Ansätzen, aber es gibt keine Hinweise auf den relativen Einfluß der Klassenvariablen und der Kleingruppenvariablen auf die Leistung. Unter Mehrebenenperspektive können Analysen durchgeführt werden, die beide Effektarten (Klasse und Kleingruppe) simultan erfassen.

### **Untersuchungssituation, Instruktionsmodell und theoretischer Hintergrund**

Die Daten dieser Analyse stammen aus einem Forschungsprojekt, das von der holländischen Stiftung für erziehungswissenschaftliche Forschung (SVO, Projekt 0647) finanziert wurde. Im AGO-Projekt (AGO ist ein holländisches Akronym für "Adaptive Instruktion und kooperatives Lernen") ging es darum, die Effektivität eines neuen Mathematikcurriculums für zwölf- bis sechzehnjährige Schüler der Sekundarstufe zu entwickeln und zu evaluieren (zu Einzelheiten s. Herfs et al., 1991).

Unsere Daten aus dem AGO-Projekt beziehen sich auf eine Situation, in der Schüler in Klassen zu je 25 Mitgliedern gruppiert wurden. Innerhalb der Klassen wurden die Schüler in Kleingruppen zu meist drei bis vier Mit-



gliedern eingeteilt. Das AGO-Modell kombiniert Aspekte des kooperativen Lernens und der adaptiven Instruktion. Die verschiedenen Instruktionsstrategien sollen Denkprozesse höherer Ordnung entwickeln helfen. Das AGO-Modell versucht, eine Balance zu erzielen zwischen (1) Grundfertigkeiten und Konzepten, die im Klassenunterricht entwickelt werden, und (2) Problemlösefertigkeiten, die durch angeleitetes Entdecken (guided discovery learning) in kooperativen Gruppen gefördert wird. Das Modell sieht weiter vor, Lehren an unterschiedliche Fähigkeiten der Schüler anzupassen. Das AGO-Modell wurde für die Mittelstufe entwickelt und umfaßt folgende sieben Instruktionsstufen:

1. Einführung eines mathematischen Gegenstands im Klassenunterricht.
2. Kooperation in Kleingruppen zu je vier Schülern.
3. Effektivitätserfassung durch den Lehrer: Tests und Beobachtung.
4. Alternative Lernwege abhängig von den Ergebnissen der Effektivitätserhebungen:
  - a) Individuelle Arbeit mit der Möglichkeit der Beratung durch andere Schüler;
  - b) Möglichkeit der Arbeit in einer remedialen Gruppe unter direkter Anleitung und Supervision des Lehrers;
5. Individuelle Arbeit in heterogenen Gruppen mit der Möglichkeit wechselseitiger Hilfe.
6. Reflexion und Evaluation des Gegenstands in der Klassensituation.
7. Leistungsmessung und Evaluation individueller Lernfortschritte in Mathematik.

Dieser Zyklus kann in einer Serie von Unterrichtseinheiten während etwa drei bis fünf Wochen durchlaufen werden, am besten in längeren, nicht unterbrochenen Zeitblöcken. Ein vorliegendes holländisches Mathematikcurriculum wurde im Hinblick auf das AGO-Modell umstrukturiert. Die Untersuchungssituation ermöglicht es, der Frage nachzugehen, ob die Gruppierung von Schülern in Kleingruppen (Stufe 2 des AGO-Modells) und die Zuweisung schwächerer Schüler zu remedialen Gruppen (Stufe 4b des AGO-Modells) wirklich Vorteile über die schon vorhandene Ordnung in Klassen hinaus bringt.

## Beispiel der Curriculummaterialien

Das AGO-Modell wurde zu einem Curriculum mit Lernmaterialien für Schüler und einem Manual für die Lehrer entwickelt. Eine Reihe von Kapi-



teln aus einem verfügbaren Schulbuch ("Wiskunde Lijn" von Jacob Dijkstra) wurden in diese Curriculummaterialien eingebaut. Die stärksten Veränderungen der Buchkapitel betrafen die Stufe der Gruppenarbeit. Die folgenden Beispiele illustrieren einige der schon erwähnten Faktoren.

*In der Kleingruppe.*

*Annie Zorgvliet wiegt jeden Morgen ihr Baby Flip. Wenn es 4000 Gramm wiegt, darf es nicht nur Milch trinken, sondern auch Obst essen. Das Baby ist in der letzten Zeit zufriedenstellend gewachsen und die Waage zeigt ein Gewicht von 4100 Gramm an. Annie möchte deshalb gerade eine Banane schälen, als sie entdeckt, daß beim Wiegen ein Fehler passiert ist, weil Flip in jeder Hand eine Rassel hielt. Es sind zwei gleichartige Rassen, ohne die Flip 3900 Gramm wiegt.*

- (a) *Zeichne zwei Waagschalen mit Flip und seinen beiden Rassen auf der einen und einem Gewicht von 4100 Gramm auf der anderen Seite. Schreibe Flips Gewicht auf das Bild.*
- (b) *Schreibe zu den Waagschalen eine passende Gleichung. Dazu schreibst du zuerst das Gewicht der Dinge in der linken Waagschale, dann das Gleichheitszeichen = und dann das Gewicht der Dinge auf der rechten Waagschale auf.*
- (c) *Wieviel wiegt eine Rassel?*
- (d) *Fallen dir noch andere Möglichkeiten ein, wie man die Gleichung schreiben könnte?*

*K h h*

Das Problem kann algorithmisch mit Hilfe einer mehr oder weniger formalen Gleichung gelöst werden (z.B.:  $3900 + 2x = 4100$ ; oder:  $3900 + ?? = 4100$ ; oder durch eine Gleichung mit Bildern der Rassen); die Lösung kann auch verbal oder durch Versuch und Irrtum gefunden werden. Diese verschiedenen Lösungsprozeduren liegen auf unterschiedlichen Niveaus. Im Text des Mathematikbuchs Wiskunde Lijn werden verschiedene Methoden in aufeinanderfolgenden Übungen als Zusammenfassung früherer Lerninhalte behandelt. In den AGO-Materialien stehen unterschiedliche Lösungsmethoden aufgrund der Offenheit der Verfahren und von Zusatzfragen wie (d) nebeneinander.

Probleme mit mehreren Lösungsmöglichkeiten sind besonders fruchtbar für Gruppendiskussionen. Bei der Curriculumkonstruktion kann man den Zeitpunkt, zu dem solche Probleme zu bearbeiten sind so wählen, daß die Wahrscheinlichkeit unterschiedlicher Lösungen besonders groß wird. Für einige Schüler dürfte die Alltagssituation im Beispielproblem vertrauter oder



attraktiver sein als für andere Schüler. Um dieser möglichen Schwierigkeit zu begegnen, ist eine parallele Problemformulierung verfügbar, eine Geschichte über einen Boxer. Beide Fälle gestatten es auch mathematisch weniger begabten Schülern aufgrund ihrer Alltagserfahrungen nützliche Beiträge zu leisten.

## Untersuchungsdesign

Die Daten wurden in vier Sekundarschulen erhoben, darunter auch innovatorische "integrierte Schulen" und Mittelschulen. Insgesamt waren 341 Schüler, 14 Klassen und 100 Kleingruppen beteiligt. Die Untersuchung umfaßt einen Vortest, Beobachtungen des Lernprozesses und einen Nachtest. Das ursprüngliche Design entspricht einem Vortest-Nachtest-Kontrollgruppen-Modell, in dem die Effekte des AGO-Ansatzes mit den Effekten der traditionellen Unterrichts (vor allem ohne Kleingruppen) verglichen wurde.

In diesem Beitrag nutzen wir jedoch nur einen Teil der Datenbasis. Die Analyse beschränkt sich auf die Experimentalgruppe (341 Schüler). Dies bedeutet weiter, daß in allen 14 Klassen das AGO-Modell implementiert worden ist und keine Variation der experimentellen Manipulation zwischen den Klassen innerhalb der Experimentalgruppe vorliegt. Trotzdem beobachteten wir Unterschiede in den Variablen, die im Theorieabschnitt erwähnt wurden (Variablen auf dem Niveau des Individuums, der Kleingruppe und der Klasse). Aufgrund dieser Unterschiede können wir die Forschungsfrage mit diesem Teil der Gesamtdaten nach einem Prozeß-Produkt-Design mit Vortest, Treatment und Nachtest beantworten.

Alle Schulen benutzten Dijkstra's Wiskunde Lijn Mathematikbuch mit den oben skizzierten Veränderungen im Sinne des AGO-Modells.

## Methoden, Instrumente und Variablen.

Unsere Forschungsfragen wurden mit mehreren Instrumenten beantwortet. Der Vortest für Schüler bestand aus einem Test der Fähigkeit mathematischen Schlußfolgerns und zwei Einstellungsfragebögen: Freude am Mathematiklernen und Einstellung zum Lehrer. Als Nachtests wurden ein Test der Mathematikleistung und die beiden Einstellungsfragebögen eingesetzt. Für die Kleingruppen wurden einige Charakteristika der Zusammensetzung be-



rechnet. Die Beobachtungen bezogen sich auf quantitative Erhebungen von Merkmalen des Unterrichts auf dem Klassenniveau.

Im folgenden werden alle Instrumente kurz charakterisiert. Einzelheiten finden sich im Abschlußbericht der Untersuchung (Herfs et al., 1991). Alle Instrumente erwiesen sich als reliabel und valide.

In allen 14 Klassen wurden quantitative Beobachtungen durchgeführt, um das Ausmaß der Implementation des AGO-Modells zu untersuchen. Die Beobachtungen folgten einem strukturierten Zeitstichproben-Modell. Die Adaptive Instruction Observation Scale (AIOS) wurde speziell für dieses Projekt entwickelt. Für unsere Analyse sind die Kategorien "Gruppenarbeit" und "remedialer Unterricht" relevant. Darin wird der Prozentsatz an Zeit erfaßt, den der Lehrer in der Klasse für Gruppenarbeit und remedialen Unterricht für schwächere Schüler vorsieht, während die anderen Schülern mit individuellen Aufgaben (Einzelarbeit) beschäftigt sind. Auf dem Klassenniveau sind dies die Variablen *mgroupw* und *mremind*. Zu Beginn der AGO-Periode wurde ein kognitiver Vortest zur Bestimmung der Mathematikfähigkeiten durchgeführt. Er besteht aus zwei Subskalen des sogenannten "Prüfsystems für Schul- und Bildungsberatung" (PSB; Horn, 1969). Die Ergebnisse der Schüler im Vortest wurden als Kovariable und als Maß für die Bestimmung des mittleren Fähigkeitsniveaus in jeder Kleingruppe und jeder Klasse verwendet. Die Fähigkeitsvariablen wurden auf diesen Niveaus mit *psbt*, *spsbt* und *mpsbt* bezeichnet.

Zusätzlich wurde ein kognitiver Nachtest über Mathematik durchgeführt. Er bestand aus zwei Subtests, "Mathematics Mapping" und "Mathematic Equations". Beide Subtests umfaßten elf offene Probleme, die mit den Curriculuminhalten beider Gruppen übereinstimmten. Dieses Maß wurde als eine der abhängigen Variablen der Analyse benutzt. Auf dem individuellen Niveau wird diese Variable mit *pctest* bezeichnet.

Alle Lehrer füllten einen Fragebogen aus, mit dem festgestellt werden sollte, wieviel Zeit sie für das Curriculum verwendeten. Diese Variable auf dem Klassenniveau wurde mit *mtime* bezeichnet. Eine andere Frage in diesem Bogen bezieht sich auf das Ausmaß individueller Anleitung, das der Lehrer jedem Schüler gegeben hat. Diese Variablen werden auf den drei Niveaus mit *guid*, *sguid*, *mguid* bezeichnet. Die Lehrer zeichneten für jede Klasse auch einen Sitzplan, und einen Plan der Kleingruppeneinteilung.

Die Schüler füllten die PERCIA-Skala (PERception of Curriculum In Action) aus, die Prozesse in der Klasse und das Lernklima erfaßt. Das Instrument beruht auf der Arbeit von Fisher & Fraser (1983) und wurde im AGO-Projekt spezifisch an die kooperative Lernumgebung angepaßt. Das wichtigste Item erfaßt die Kooperation, d.h. das Ausmaß, in dem die Schüler



Kooperation in der Klasse oder Kleingruppe erleben. Auf individuellem, Kleingruppen- und Klassenniveau werden die entsprechenden Variablen *coop*, *scoop* und *mcoop* genannt.

Vor und nach der Implementation des Programms wurde ein Fragebogen über Einstellungen zu Mathematik (Freude an Mathematik) und zum Lehrer (Wahrnehmung der Lehrerqualität) durchgeführt. Diese beiden Einstellungsvariablen werden in der Analyse unterschiedlich benutzt: die Nach-Messun-

Code	Beschreibung	Instrument	Mittelwert
<b>abhängige Variablen</b>			
pctest	Leistung in Mathematik	Nachtest	25.44
ppleas	Nachtest: Einst. Mathematik	Fragebogen	3.25
pquality	Nachtest: Einst. zum Lehrer	Fragebogen	3.35
<b>Kovariablen</b>			
gender	Junge oder Mädchen	Fragebogen	1.52
psbt	mathematische Fähigkeiten	Vortest	53.87
pleas	Einstellung zur Mathematik	Fragebogen	3.22
<b>Individuelles Niveau</b>			
quality	Einstellung zum Lehrer	Fragebogen	3.39
coop	Wahrnehmung der Kooperation	Fragebogen	3.62
guid	Anleitung durch den Lehrer	Fragebogen	2.55
<b>Kleingruppenniveau</b>			
sgender	Mädchen in Kleingruppen (%)	Fragebogen	51.61
spsbt	mathematische Fähigkeiten	Vortest	53.87
spleas	Freude an Mathematik	Fragebogen	3.25
squality	Einstellung zum Lehrer	Fragebogen	3.39
scoop	Wahrnehmung der Kooperation	Fragebogen	3.62
sguid	Anleitung durch den Lehrer	Fragebogen	2.55
<b>Klassenniveau</b>			
mgender	Mädchen in der Klasse (%)	Fragebogen	50.98
mpsbt	mathematische Fähigkeit	Vortest	53.99
mpleas	Freude an Mathematik	Fragebogen	3.24
mquality	Lehrerqualität	Fragebogen	3.38
mtime	Zeit für das Curriculum	Fragebogen	1063.31
mgroupw	Zeit für Gruppenarbeit	Beobachtung	27.14
mcoop	Wahrnehmung der Kooperation	Fragebogen	3.61
mremind	Zeit für remediale Gruppen	Beobachtung	20.88
mguid	Anleitung durch den Lehrer	Fragebogen	2.22

Die Werte für *guid*, *sguid*, *mguid* und *mtime* stammen aus Lehrerfragebögen, alle anderen Fragebögen wurden von Schülern beantwortet.

Tab. 1: Übersicht der Variablen



gen als abhängige Variable auf individuellem Niveau, die Vor-Messungen als Variable auf allen drei Niveaus. Die Bezeichnungen *pleas*, *spleas*, *mpleas* stehen für die Vor-Messungen auf der Subskala "Freude an Mathematik", *quality*, *squality*, *mquality* bezeichnen die Variablen der "Lehrerqualität" auf den drei genannten Niveaus.

Außerdem wird das Geschlecht auf individuellem, Kleingruppen und Klassenniveau durch die Bezeichnungen *gender*, *sgender* und *mgender* ausgewiesen.

Tabelle 1 gibt eine Übersicht der Variablen mit Kurzbeschreibung, Angabe des verwendeten Instruments und Mittelwert des Ergebnisses.

### Mehrebenen-Analyse: Ein Drei-Ebenen-Modell

Die möglichen Effekte der Kleingruppen und Klassenvariablen auf die Mathematikleistungen der Schüler kann man mit Hilfe des Zufallskoeffizientenmodells in einer Mehrebenenanalyse ermitteln. In unserem Fall umfaßt dieses Modell drei Stufen. Auf der ersten Stufe wird die Regression innerhalb der Kleingruppen analysiert. Auf der zweiten Stufe werden diese Ergebnisse in eine Analyse der Regression zwischen Kleingruppen und innerhalb der Klasse integriert (diese beiden Stufen sind ausführlich beschrieben bei De Leeuw & Kreft, 1986; Aitkin & Longford, 1986; Raudenbush & Bryk, 1986; Goldstein, 1987). Auf der dritten Stufe werden die Ergebnisse des zweiten Schritts in eine Analyse der Regression zwischen Klassen eingebaut.

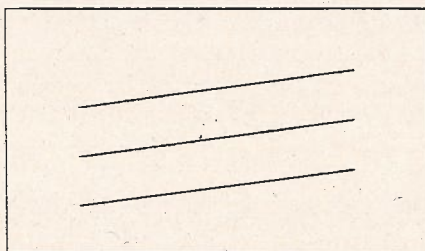


Abb. 1: Variable Ordinatenabschnitte, konstante Neigungswinkel

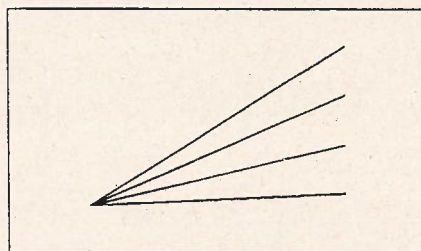


Abb. 2: Variable Neigungswinkel, konstante Ordinatenabschnitte



Drei-Ebenen-Analysen wurden u.a. von Bryk & Raudenbush (1988), Goldstein (1989) und Prosser, Rashbash & Goldstein (1990) berichtet.

Im Hinblick auf die Regressionen zwischen Kleingruppen oder zwischen Klassen muß man zwischen Ordinatenhöhe und Neigungswinkel der Regressionsgeraden unterscheiden, die in Kleingruppen und Klassen unabhängig voneinander variieren können. Abbildung 1 zeigt den Fall variabler Ordinatenabschnitte bei konstanter Neigung, während Abbildung 2 den Fall konstanter Ordinatenabschnitte und variabler Neigung illustriert.

## Ergebnisse der Mehrebenen-Analyse

Für die Mehrebenen-Analyse wurden fünf aufeinanderfolgende Modelle untersucht. Hier beschreiben wir nur die Endstufe (Modell 5). Tabelle 1 gibt in der Spalte "Mittelwert" eine Übersicht der univariaten Ergebnisse; im folgenden werden die Befunde von drei getrennten Analysen dargestellt. Dabei wurden als abhängige Variable die Mathematikleistung (*p<sub>test</sub>*), die Einstellung zu Mathematik (*p<sub>pleas</sub>*) und die Einstellung zum Lehrer (*p<sub>quality</sub>*) herangezogen.

### Mathematikleistung (*p<sub>test</sub>*)

Die Tabellen 3A, 3B und 6 geben eine Übersicht der Befunde. Tabelle 3A zeigt die Koeffizienten des konstanten Teils der nachfolgenden Modelle. Sie gibt auch die Standardfehler der Koeffizienten (in Klammern) an. Tabelle 3B zeigt die Zufallskoeffizienten auf jedem Niveau. Auch hier sind die Standardfehler (in Klammern) eingefügt, doch beziehen sie sich hier auf die Wurzeln der Zufallskoeffizienten.

Das Modell 5B zeigt einen Zusammenhang von Differenzen "Zwischen Neigungswinkeln" von *guid* und den Klassenvariablen *mtime* und *mcoop*, obwohl der Mittelwert der Schülerregression von *p<sub>test</sub>* auf *guid* über die Klassen gleich Null ist. Die Klassenvariablen *mgender* und *mpsbt* verschwinden. Je mehr Zeit in der Klasse für das Curriculum verwendet wurde, desto niedriger ist der *guid*-Koeffizient. In der Wahrnehmung der Mitschüler ist Kooperation effektiv: Je höher Qualität und Quantität der Kooperation in den Kleingruppen eingeschätzt werden (*mcoop*), desto höher ist die Wirkung von *guid*. Schüler in Kleingruppen mit hohen Kooperationswerten scheinen mehr Anleitung von Lehrern zu erhalten, entsprechend erzielen sie bessere Mathematikleistungen. 30.6% der anfänglichen Varianz "Zwischen Schülern" wird



durch die erwähnten Variablen erklärt, 57.3% der Varianz "Zwischen Kleingruppen" und ungefähr 99% der Varianz "Zwischen Klassen" (s. Tabelle 6).

**MODELL 5B****Schülereffekt**

$a_0$  Mittel -106.05

$b_{02}$  *psbt* .319 (.045)

$b_{03}$  *pleas* .808 (.348)

**Kleingruppeneffekt****Klasseneffekt**

Varianz d. Ordinatenabschn.

$\alpha_{01}$  *mgender*

$\alpha_{02}$  *mpsbt* .016 (.006)

$\alpha_{05}$  *mtime* .133 (.028)

$\alpha_{06}$  *mgroupw*

Varianz d. Neigungswinkel von *guid* erklärt durch

$\beta_{55}$  *mtime* -.007 (.001)

$\beta_{57}$  *mcoop* 2.064 (.379)

**MODELL 5B****Schülerniveau**

$s^2$  Varianz 23.393

**Kleingruppenniveau**

Varianz von

$v_{02}^2$  Ordinate .000 (.000)

$v_{12}^2$  *gender*

$v_{22}^2$  *psbt*

$v_{42}^2$  *quality*

Kovarianz d. Ordinate mit

$v_{01}$  *gender*

$v_{02}$  *psbt*

$v_{03}$  *quality*

**Klassenniveau**

Varianz

$w_{01}$  Ordinate .408 (.498)\*

$w_{02}$  *psbt*

$w_{04}$  *quality*

$w_{06}$  *guid*

Kovarianz d. Ordinate mit

$w_{02}$  *psbt*

$w_{04}$  *quality*

$w_{06}$  *guid*

Tab. 3A: Konstanter Teil

Tab. 3B: Zufallsteil

des endgültigen Modells der Mehrebenen-Analyse mit *ptest* als abhängiger Variable

Irrelevante nicht-signifikante Koeffizienten wurden ausgelassen; die Zahlen in Klammern sind in 3A die Standardfehler der Koeffizienten, in 3B die Wurzeln der Koeffizienten. \* markiert einen relevanten, aber nicht-signifikanten Koeffizienten.

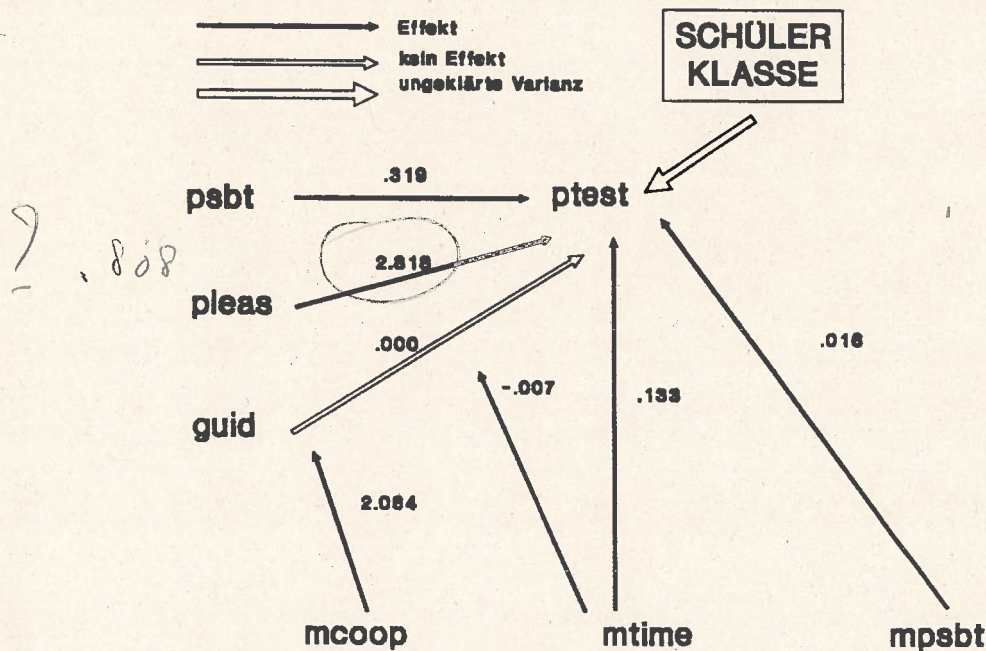
Die Varianzanteile, die Schülern, Kleingruppen bzw. Klassen zugeschrieben werden können, betragen 35.6%, 4.0% bzw. 60.4%.

Allgemein kann man daher in Bezug auf *ptest* folgern, daß ·

- die Variable in positivem Zusammenhang zu den Schülervariablen *psbt* und *pleas* steht,



- es signifikante Differenzen der Ordinatenabschnitte "Zwischen Klassen" gibt, die positiv durch *mpsbt* und *mtime* erklärt werden können,
- die Neigungsvarianz "Zwischen Klassen" nur *guid* betrifft,
- diese Varianzen durch *mtime* und positiv durch *mcoop* erklärt werden können, und
- eine signifikante Gruppenvarianz "Zwischen Kleingruppen" übrigbleibt. Mit anderen Worten, die Analyse zeigt, daß trotz anfänglicher Varianzen zwischen Kleingruppen, die in Werte für Ordinatenabschnitte und Neigung zerlegt werden konnten, die Kleingruppen keinerlei Rolle für die Erklärung der Leistungsvariablen *ptest* spielen, wenn man die Klasse ebenfalls in die Analyse einbezieht.

Abb. 3: Mathematikleistung (*ptest*)



Einstellung zur Mathematik (*pleas*)

Die zweite Analyse trifft die Einstellung der Schüler zu Mathematik (Freude an Mathematik) als abhängiger Variable (*pleas*). Die Tabellen 4 A, 4 B und 6 zeigen die Ergebnisse. Tabelle 4 B gibt die Zufallskoeffizienten für jedes Niveau wieder. Die Standardfehler sind in Klammern angegeben, beziehen sich aber in Tabelle 4B wiederum auf die Wurzeln der Zufallskoeffizienten.

MODELL 5B			MODELL 5B		
<b>Schülereffekt</b>			<b>Schülerniveau</b>		
$a_0$ arith. Mittel	1.531		$s^2$ Varianz	.258	
$b_{02}$ <i>psbt</i>	.014	(.004)	<b>Kleingruppenniveau</b>		
$b_{03}$ <i>pleas</i>	.810	(.036)	Varianz von		
<b>Kleingruppeneffekt</b>			$v_{02}^2$ Ordinatenabschn.	.034	(.046)
<b>Klasseneffekt</b>			<b>Klassenniveau</b>		
Varianz d. Ordinatenabschnitte erklärt durch			Varianz		
$\alpha_{02}$ <i>mpbst</i>	-.031	(.011)	$w_{01}$ Ordinatenabschnitt	.000	(.087)
$\alpha_{05}$ <i>mtime</i>	.133	(.028)			
$\alpha_{06}$ <i>mgroupw</i>					
Varianz d. Neigungswinkel von <i>guid</i> erklärt durch					
$\beta_{55}$ <i>mtime</i>	-.007	(.001)			
$\beta_{57}$ <i>mcoop</i>	2.064	(.379)			

Tab. 4A: Konstanter Teil

Tab. 4B: Zufallsteil

des endgültigen Modells der Mehrebenen-Analyse mit *ppleas* als abhängiger Variable

Irrelevante nicht-signifikante Koeffizienten wurden ausgelassen; die Zahlen in Klammern sind in 4A die Standardfehler der Koeffizienten, in 4B die Wurzeln der Koeffizienten.

Die Varianzanteile, die Schülern, Kleingruppen bzw. Klassen zugeschrieben werden können, betragen 70.6%, 21.9% bzw. 7.5%.

Die Ordinatenabschnitte zeigen keine signifikanten Unterschiede zwischen den Kleingruppen. Daher werden die Ordinatenabschnitte nur auf dem Klassenniveau untersucht. Wir finden, daß *mpsb* allein praktisch alle Varianz "Zwischen Klassen" erklärt. Obwohl der Wert des Koeffizienten mit -.031 ziemlich klein ist, macht die erwartete Veränderung der Einheit auf dem



Klassenniveau ( $-.31 * 3.242 / .060 =$ )  $-1.675$  aus. Der Effekt ist negativ, was bedeutet, daß die Klassen um so homogener im Hinblick auf *ppleas* sind, je höher die Werte für *mpsbt* ausfallen. Der Wert  $R^2$  liegt auf dem Schülerniveau nicht höher, auf dem Kleingruppenniveau erklärt *mpsbt* ( $80.7 - 77.8 =$ ) 2.9% und auf dem Klassenniveau ( $99.9 - 90.4 =$ ) 9.9% (s. Tabelle 6).

Mit Blick auf die Einstellungsvariable *ppleas* läßt sich folgender allgemeiner Schluß ziehen: Die wiederum ziemlich beträchtliche anfängliche Varianz zwischen Kleingruppen wird in der Analyse nicht direkt durch Kleingruppenvariablen erklärt, sondern indirekt durch die Schülervariablen *psbt* und *pleas* sowie die Klassenvariable *mpsbt*.

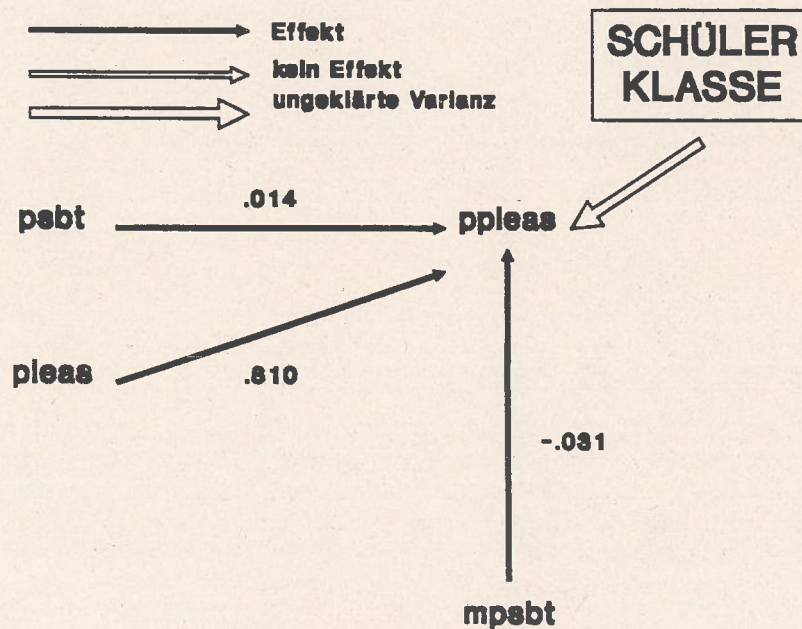


Abb. 4: Einstellung zur Mathematik (*ppleas*)



Einstellungen zum Lehrer (*pquality*)

Schließlich wurde die Einstellung zum Lehrer (*pquality*) als abhängige Variable eingeführt (s. Tabellen 5A und 5B):

MODELL 5B			MODELL 5B		
<b>Schülereffekt</b>			<b>Schülerniveau</b>		
$a_0$ arith. Mittel	.744		$s^2$ Varianz	.364	
$b_{04}$ <i>quality</i>	.524	(.067)	<b>Kleingruppenniveau</b>		
$b_{05}$ <i>coop</i>	.165	(.046)	Varianz von		
<b>Kleingruppeneffekt</b>			$v_{02}^2$ Ordinatenabschn.	.005	(.074)*
Varianz d. Neigung von <i>pleas</i>			$v_{13}^2$ <i>pleas</i>		
erklärt durch			Kovarianz Ordinatenabschn. mit		
$\beta_{31}$ <i>sgender</i>	-.0005	(.0003)	$v_{03}$ <i>pleas</i>		
$\beta_{34}$ <i>squality</i>	.031	(.012)	<b>Klassenniveau</b>		
<b>Klasseneffekt</b>			Varianz		
			$w_{01}^2$ Ordinatenabschn.	.146	(.382)

Tab. 5A: Konstanter Teil

Tab. 5B: Zufallsteil

des endgültigen Modells der Mehrebenen-Analyse mit *pquality* als abhängiger Variable

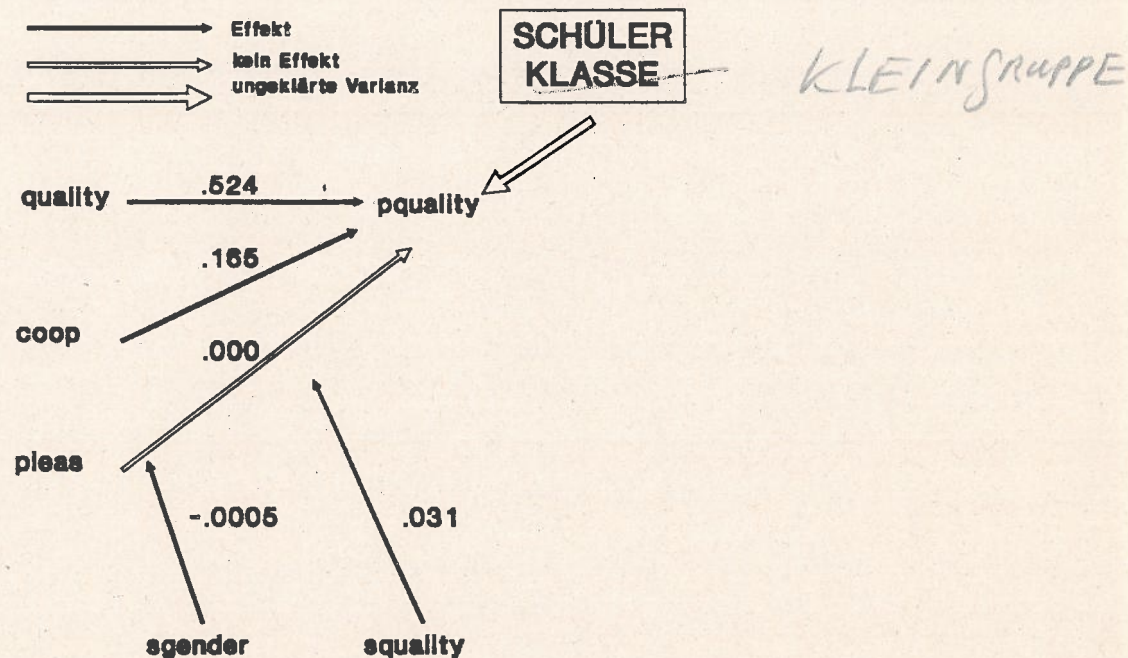
Irrelevante nicht-signifikante Koeffizienten wurden ausgelassen; die Zahlen in Klammern sind in 5A die Standardfehler der Koeffizienten, in 5B die Wurzeln der Koeffizienten. \* markiert einen relevanten, aber nicht-signifikanten Koeffizienten.

Die Varianzanteile, die Schülern, Kleingruppen bzw. Klassen zugeschrieben werden können, betragen 45.2%, 13.2% bzw. 41.6%.

Allgemein läßt sich im Hinblick auf die Einstellung zum Lehrer (*pquality*) folgern, daß die Kleingruppe im Unterschied zu *p<sub>test</sub>* und *p<sub>pleas</sub>* eine wichtige Rolle spielt, besonders was die Neigungsdifferenzen für *pleas* anbetrifft. Die Varianzen zwischen Kleingruppen im Hinblick auf *pleas* werden durch *sgender* und *squality* erklärt. Auf dem Schülerniveau werden 16.0%, auf dem Kleingruppenniveau 92.0% und auf dem Klassenniveau 79.1% erklärt, was relativ hoch ist (s. Tabelle 6).

Der negative Effekt des Geschlechterverhältnisses in den Kleingruppen ist beträchtlich (je höher der Anteil von Mädchen in den Kleingruppen, desto geringer ist die Neigung). Darüber hinaus gibt es einen positiven Effekt von *squality* pro Kleingruppe, worin man einen Hinweis auf das Klima oder einen Effekt der Ansteckung durch andere Schüler in der gleichen Kleingruppe sehen kann.



Abb. 5: Einstellung zum Lehrer (*pquality*)

## Schlußfolgerungen

Wir gingen von der Frage aus, welche Bedeutung individuelle, Kleingruppen- und Klassenvariablen für kognitive und affektive Lernergebnisse von Schülern der Sekundarstufe in Mathematik haben. Dieses Problem wurde besonders mit Blick auf die Bedeutung des Kleingruppenniveaus formuliert, das oft in Untersuchungen der Auswirkungen von Gruppierungen innerhalb der Klasse vernachlässigt wird. Als abhängige Variable für den kognitiven Aspekt diente die Mathematikleistung. Für den affektiven Aspekt wurden zwei abhängige Variablen herangezogen, Einstellungen zur Mathematik und Einstellungen zum Lehrer.

Mit den abhängigen Variablen "Mathematikleistung", "Einstellung zur Mathematik" und "Einstellungen zum Lehrer" wurden drei getrennte Analysen durchgeführt. Zunächst, nach einer Analyse der ersten beiden abhängigen Variablen, hatte es den Anschein, als bestünden signifikante Regressions-



Modell Nr.	2	3a	3b	4a	4b	5a	5b
<b>p<sub>test</sub></b>							
Schüler	25.8	29.5	29.3	29.3	26.7	26.7	30.6
Gruppe	75.2	87.7	99.9	99.9	99.9	99.9	57.3
Klasse	38.9	43.9	44.7	44.7	96.4	96.4	99.0
<b>p<sub>pleas</sub></b>							
Schüler	54.8	54.8	54.8	54.8	54.6	54.6	54.6
Gruppe	77.8	77.8	77.8	77.8	80.7	80.7	80.7
Klasse	90.0	90.0	90.0	90.0	99.9	99.9	99.9
<b>p<sub>quality</sub></b>							
Schüler	14.3	22.7	22.7	35.5	35.5	16.0	16.0
Gruppe	77.2	79.2	79.2	77.6	77.6	92.0	92.0
Klasse	64.6	65.1	65.1	65.1	65.1	79.1	79.1

Tab. 6: Erklärte Varianz (%) je Ebene für *p<sub>test</sub>*, *p<sub>pleas</sub>* und *p<sub>quality</sub>*

unterschiede (sowohl in Bezug auf Ordinatenabschnitte als auf Neigung) zwischen den Kleingruppen; nach Einführung des Klassenniveaus verschwanden diese Unterschiede. Dieses Ergebnis bedeutet, daß für die Kleingruppeneffekte die Homogenität innerhalb der Klassen eine gewisse Rolle spielt. Es zeigt auch, daß die Kleingruppe in diesem Teil der Analyse keine autonome Auswirkung hat, da die Klasse entscheidenden Einfluß ausübt. Daher folgern wir generell, daß das Klassenniveau bedeutsamer als das Kleingruppeniveau ist, wenn man Lerneffekte zumindest in den Bereichen Mathematikleistung und Einstellung zur Mathematik erklären will.

Die Drei-Ebenen-Analyse zeigt nur einen kleinen Gruppeneffekt auf die Einstellungen der Schüler zum Lehrer. Keine Gruppeneffekte zeigten sich für Mathematikleistung und Einstellungen zur Mathematik; hier fanden wir keinerlei Wertzuwachs, als wir die Kleingruppe als zusätzliche Ebene in die Analyse einführten. Nur das individuelle und das Klassenniveau erscheinen für die Erklärung von Leistungs- und Einstellungsunterschieden in Mathematik bedeutsam.

In der Analyse der Einstellung zum Lehrer zeigten sich jedoch beträchtliche Unterschiede. Die Differenzen können durch Variablen auf dem individuellen und dem Kleingruppenniveau erklärt werden. Die relevanten individuellen Variablen sind die anfängliche Einstellung zum Lehrer und die Wahrnehmung der Kooperation zwischen den Schülern.

Die Bedeutung des Kleingruppenniveaus für die Einstellung der Schüler zum Lehrer kann man mit Hilfe von zwei Kleingruppenvariablen erklären, nämlich dem Anteil von Mädchen in der Kleingruppe und der durchschnitt-



lichen Einstellung zum Lehrer. Der Anteil von Mädchen hat einen negativen Effekt, die mittlere Gruppeneinstellung einen positiven Effekt auf die Einstellung der Schüler zum Lehrer.

Es zeigte sich, daß alle drei Ebenen (individuelle, Kleingruppen- und Klassenebene) für die Erklärung unterschiedlicher Lernergebnisse bedeutsam sind. Die Forschung zu Effekten des Lernens in kleinen kooperativen Gruppen (Gruppierung innerhalb von Klassen) sollte nicht auf das individuelle und das Klassenniveau beschränkt werden, sondern auch auf dem Kleingruppenniveau durchgeführt werden.

## Diskussion

Die Unterschiede zwischen den Effekten auf dem Kleingruppen- und dem Klassenniveau sind beträchtlich. Es ergibt sich der allgemeine Eindruck, daß

- die Mathematikleistung durch kognitive und affektive Variable auf dem individuellen und dem Klassenniveau determiniert wird (die Klassenvariablen "Zeit für das Curriculum" und "mittlere Fähigkeit" haben einen positiven Effekt);
- die Einstellung zum Lehrer vor allem durch affektive Variable auf dem individuellen und dem Kleingruppenniveau bestimmt wird.

Mathematikleistung und Einstellung zur Mathematik hängen vor allem von (kognitiven und affektiven) Variablen auf dem individuellen und dem Klassenniveau ab. Zusätzlich zu individuellen Schülervariablen (mathematische Fähigkeiten und Einstellung zur Mathematik) scheinen Variablen auf dem Klassenniveau Einfluß auf Leistung und Einstellung zur Mathematik auszuüben. Was die Mathematikleistung betrifft, spielen zwei Variablen auf dem Klassenniveau eine wichtige Rolle: Die Zeit, die in der Klasse für das Curriculum verwendet wird und die mittlere Fähigkeit der Klasse. Es bleibt keine Varianz übrig, die durch Kleingruppenvariablen zu erklären wäre.

Andererseits hängt die Einstellung zum Lehrer von den vorausgehenden individuellen Wahrnehmungen seiner Qualitäten ab, aber auch von individuellen Wahrnehmungen der Qualität und Quantität der Kooperation zwischen den Schülern. Außer den erwähnten Variablen auf dem Schülerniveau spielt das Kleingruppenniveau eine wichtige Rolle: Die mittlere Einstellung der Kleingruppe gegenüber dem Lehrer hat einen positiven Effekt. Möglicherweise formt die Kleingruppe die Einstellung eines Schülers gegenüber dem Lehrer.

/ en

/ en



Die Schlußfolgerungen in Bezug auf spezifische Variable auf individuellem und Klassenniveau stimmen teilweise mit unseren theoretischen Annahmen und Ergebnissen anderer Untersuchungen überein. Die positiven Effekte individueller Variablen wie mathematische Fähigkeit, Einstellung zur (Freude an) Mathematik und Einstellung zum Lehrer passen sehr gut in unser kognitives theoretisches Bezugssystem: Vorwissen und anfängliche Einstellungen auf dem individuellen Niveau sind mächtige Prädiktoren der Leistung und Einstellung im Fach Mathematik. Die Effekte auf Klassenniveau der verwendeten Zeit und der mittleren mathematischen Fähigkeit der Schüler (Klassenzusammensetzung) auf die mittlere Klassenleistung in Mathematik wurden aufgrund der Lernumwelttheorie (Dar & Resh, 1986) erwartet. Die positiven Effekte der wahrgenommenen Qualität und Quantität der Kooperation zwischen Schülern (*coop*) stellen einen interessanten Aspekt dieser Analyse dar.

### Literatur:

Aitkin, M., & Longford, N. (1986). Statistical modelling issues in school effectiveness studies. *Journal of the Royal Statistical Society*, 149, 1-43.

Anderson, L. W., & Pigford, A. (1988). Teaching within-classroom groups: examining the role of the teacher. *Journal of Classroom Interaction*, 23, 8-12.

Bryk, A. S., & Raudenbush, S. W. (1988). Toward a more appropriate conceptualization of research on school effects: a three level hierarchical linear model. *American Journal of Education*, 96, 65-108.

Dar, Y., & Resh, N. (1986). *Classroom composition and pupil achievement: A study of the effects of ability-based classes*. New York: Gordon & Breach.

De Leeuw, J., & Kreft, G. G. (1986). Random coefficient models for multilevel analysis. *Journal of Educational Statistics*, 11, 57-86.

Goldstein, H. (1987). *Multilevel models in educational and social research*. London: Griffin  
New York: Oxford University Press.

Hallinan, M. T. (1987). Ability grouping and student learning. In M. T. Hallinan (Ed.), *The Social Organization of Schools* (pp. 41-69). New York: Plenum.

Herfs, P. G. P., Mertens, E. H. M., Perrenet, J. Chr., & Terwel, J. (1991). *Leren door samenwerken*. Amsterdam/Lisse: Sweets & Zeitlinger (SVO Forumreeks).



Leechor, C. (1988). *How high and low achieving students differentially benefit from working together in cooperative small groups*. Unpublished doctoral dissertation. Stanford: Stanford University, School of Education.

Longford, N. (1986). *VARCL - interactive software for variance component analysis. Applications for survey data*.

Mooij, T. (1987). *Interactional multi-level investigation into pupil behavior, achievement, competence, and orientation in educational situations*. s' Gravenhage/Nijmegen: SVO/ITS.

Mooij, T. (1990). *Leerprocessen en effecten van computerprogramma's bij veilig leren lezen*. Nijmegen: Katholieke Universiteit, Instituut voor Toegepaste Sociale wetenschappen.

Mooij, T. (1992). Predicting (under)achievement of gifted children. *European Journal for High Ability*, 3, 59-74.

Prosser, R., Rashbash, J., & Goldstein, H. (1990). *ML3, Software for three-level analysis. User guide*. London: University of London, Institute of Education.

Raudenbush, S. W., & Bryk, A. S. (1986). A hierarchical model for studying school effects. *Sociology of Education*, 59, 1-17.

Slavin, R. E. (1989). Cooperative learning and student achievement. In: R. E. Slavin, *School and Classroom Organisation* (pp. 129-156). Hillsdale, N.J.: Erlbaum.

Terwel, J., & Van den Eeden, P. (1990). Effecten van gedifferentieerd wiskunde onderwijs: de toepassing van een model voor multilevelanalyse bij curriculum/evaluatie. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, 15, 5, 273-284.

Terwel, J., & Van den Eeden, P. (1992). Differentiele effecten van het werken in kleine groepen: theorie, hypothesen en analyse. *Pedagogische Studien*, 69, no. 1, 51-66.

Webb, N. M. (1982). Group composition, group interaction, and achievement in cooperative small groups. *Journal of Educational Psychology*, 74, 475-484.

Webb, N. M., & Kenderski, (1984). Student interaction and learning in small group and whole class settings. In: P. L. Peterson, L. C. Wilkinson & M. Hallinan (Eds.), *The Social Context of Instruction* (pp. 153-170). Orlando: Academic Press.

Webb, N. M. (1988). *Peer interaction and learning in small groups*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. New Orleans.

Webb, N. M. (1991). Task-related verbal interaction and mathematics learning in small groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 366-389.

/log  
Lear  
/ev